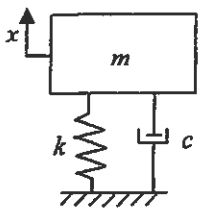
Exame Especial de Vibrações FEUP - DEMEGI 23 de Dezembro de 2005
Duração ~~30~~ 45 minutos SEM CONSULTA



1. A equação que descreve o movimento do sistema representado na figura é: $m\ddot{x}(t)+c\dot{x}(t)+kx(t)=0$.

a) Estabeleça a equação característica e obtenha as suas raízes em função de *m*, *c* e *k*.

b) Que valor deve ter *c* para que, após uma perturbação inicial, a massa tenda para a posição de equilíbrio o mais rapidamente possível? Para esse valor de *c*, para um deslocamento inicial $x_0<0$ e uma velocidade inicial $\dot{x}_0=0$, esboce a resposta da massa.

2. Considere novamente o sistema representado na figura anterior, mas com a massa sujeita a uma força vertical, com amplitude $f(t)$.

a) Indique dois métodos alternativos para calcular o deslocamento $x(t)$, quando o sistema é sujeito a uma excitação não periódica. Integral de Duhamel e integração numérica

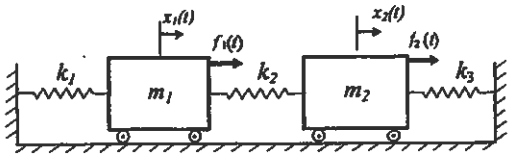
b) Suponha que a excitação $f(t)$ se deve a uma massa descentrada num motor rotativo e que a força transmitida à base quando o sistema vibra em regime estacionário tem amplitude elevada. Após o período de arranque do motor, a velocidade de rotação é constante.

Como alteraria a rigidez da mola de modo a diminuir a amplitude da força transmitida em funcionamento? A alteração proposta evitaria sempre a transmissão de forças com grandes amplitudes (justifique sucintamente)?

c) Considerando apenas a resposta permanente do sistema <u>não amortecido</u>, deduza expressões para a amplitude e a fase da força transmitida ao suporte do sistema quando a excitação é harmónica.

3.

a) Demonstre que os modos naturais de sistemas discretos com *n* graus de liberdade são, em geral, ortogonais em relação às matrizes de massa e de rigidez.



b) Suponha que as forças aplicadas ao sistema representado na figura são $f_1(t)=F_1\cos(\omega t)$ e $f_2=0$ e que ω varia. Quais as amplitudes máximas do movimento das massas do sistema (sistema idealizado) e a que frequências occorrem? Qual é a amplitude mínima, em módulo, de vibração da massa 1?

4. Deduza a equação do movimento que representa as vibrações longitudinais $u(x,t)$ de uma barra de secção recta com área $A(x)$, com módulo de elasticidade longitudinal *E*, massa volúmica ρ e sujeita a uma força por unidade de comprimento $f(x,t)$, segundo *x*.